EXERCICE N°1 — 5 points

$\lim\limits_{x\to+\infty}\sqrt{x}-\ln x$; $\lim\limits_{x\to+\infty}x\ln\left(\dfrac{x+1}{x}\right)$; $\lim\limits_{x\to0^+}\dfrac{\ln(x+1)}{\sqrt{x}}$; $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{\ln(x+1)}{\sqrt{x}}$; $\lim\limits_{x\to0^+}\dfrac{3\ln x-1}{2\ln x+2}$; $\lim\limits_{x\to+\infty}x\ln\left(\dfrac{x+1}{x-1}\right)$; $\lim\limits_{x\to2}\dfrac{\ln\left(\dfrac{x}{2}\right)}{x-2}$;

$\lim\limits_{x\to0^+}x\sqrt{3+2(\ln x)^2}$; $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{(\ln x)^2}{\sqrt[3]{x}}$; $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{\ln\left(1+x^2-x\right)}{x}$; $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{\ln(1+\ln x)}{x}$; $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{\ln(\cos x)}{x}$; $\lim\limits_{x\to0^+}\dfrac{\ln\left(1-\sqrt{x}\right)}{x}$.

EXERCICE N°2 — 7 points

Soit f la fonction définie sur $]0,+\infty[$ par $f(x)=\ln\left(\dfrac{x^2}{x+1}\right)$.

On désigne par $\mathscr{C}_f$ sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$.

1°) a) Calculer $\lim\limits_{x\to0^+}f(x)$. Interpréter graphiquement le résultat obtenu.

b) Calculer $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$ et montrer que $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{f(x)}{x}=0$. Interpréter graphiquement le résultat obtenu.

2°) a) Montrer que pour tout x de $]0,+\infty[$, $f'(x)=\dfrac{x+2}{x(x+1)}$.

b) Dresser le tableau de variation de *f.*

c) Montrer que f réalise une bijection de $]0,+\infty[$ sur un intervalle J que l'on précisera.

3°) a) Résoudre dans IR l'équation : $x^2=x+1$.

b) On note α la solution positive . Vérifier que la deuxième solution est égale à $-\dfrac{1}{\alpha}$.

c) Montrer que la courbe $\mathscr{C}_f$ coupe l'axe des abscisses au point A d'abscisse α .

d) Montrer qu'une équation de la tangente T à C_f au point A est $y=\left(\dfrac{1}{\alpha}+\dfrac{1}{\alpha^3}\right)(x-\alpha)$.

Tous droits réservés © TakiAcademy.com

e) Vérifier que la tangente T passe par le point $B\left(0,-1-\frac{1}{\alpha^2}\right)$.

4°) a) Dans un repère $\left(O,\vec{i},\vec{j}\right)$, tracer la droite (D) d'équation : $y=x+2$ et la courbe Γ de la fonction :

$x \mapsto x^2+1$

b) Construire les points A et B.

c) Construire la tangente T et tracer la courbe $\mathscr{C}_f$.

Tous droits réservés © TakiAcademy.com